Lokalna regresja wielomianowa

Lokalna regresja liniowa polega na dopasowaniu w każdym punkcie zbioru danych (poniżej w punkcie x_j) następującego ważonego modelu liniowego:

$$\min_{\alpha_j,\beta_j} \sum_{i=1}^{n} w_i^{(j)} \left(y_i - \alpha_j x_i - \beta_j\right),$$

gdzie α_j i β_j są współczynnikami w modelu liniowym dopasowanym w punkcie x_j (równanie dopasowanej prostej to $y = \alpha_j x + \beta_j$), zaś $w_i^{(j)}$ są odpowiednimi wagami zależnymi od odległości obserwacji x_i od x_j. Wartość dopasowanej krzywej w punkcie x_j wynosi zatem

$$\hat{f}(x_j) = \alpha_j x_j + \beta_j.$$

Funkcja `loess` przydziela wagi według wzoru:

$$w_i^{(j)} = \left(1 - \left(\frac{|x_i - x_j|}{\max_i |x_i - x_j|}\right)^3\right)^3$$

i bierze pod uwagę tylko te obserwacje x_i, które są nie bardziej odległe od x_j niż `span` (nazywany też α i zwykle $0 < \alpha \leq 1$) obserwacji. Oznacza to, że jeśli `span=0.5`, to przy dopasowywaniu modelu w punkcie x_j bierzemy pod uwagę połowę obserwacji x_i, które są najbliższe x_j, zaś pozostałych nie uwzględniamy we wzorze na $w_i^{(j)}$.

Regresja wielomianowa polega na tym, że zamiast dopasowywać funkcję liniową dopasowujemy np. wielomian drugiego stopnia (`degree=2`):

$$\min_{\alpha_j,\beta_j,\gamma_j} \sum_{i=1}^{n} w_i \left(y_i - \alpha_j x_i^2 - \beta_j x_i - \gamma_j\right),$$

czyli dopasowujemy `y ~ x^2 + x` z wagami.