Wnioskowanie o programach w programowaniu w logice

Włodzimierz Drabent

IPI PAN, seminarium zespołu, 30 marca 2017
Wersja 1.7, 15 kwietnia 2017

Tematyka

programowanie w logice

podstawy

sprawy dotychczas pomijane.

W. Drabent (2016). Correctness and Completeness of Logic Programs. *ACM Transactions on Computational Logic* 17(3), 32 p.

W. Drabent (2017). Logic + control: On program construction and verification. *CoRR*. 1110.4978. 29 p. W recenzji do TPLP.

W. Drabent, M. Miłkowska (2005). Proving Correctness and Completeness of Normal Programs – a Declarative Approach. *Theory and Practice of Logic Programming*, 5(6):669-711.

Plan

- programowanie w logice – wprowadzenie
  - przykłady: zagadka, kolejka
  - dwa poziomy odczytania programu (logic + control)
- poprawność i pełność programów
  - specyfikacje
  - dowodzenie poprawności
  - dowodzenie pełności
  - systematyczna konstrukcja programów
- rola przybliżonych specyfikacji
  - lokalizacja błędów w programach
- Przykład, SAT-solver w Prologu

Przepraszam za dwujęzyczność slajdów

Tradycyjne (*imperatywne*) języki programowania
– myślenie w terminach maszyny von Neumanna.

- Program jest opisem akcji maszyny (CPU + RAM).
- Główne pojęcie – zmienna; np. `x:=x+1`.
  (Abstrakcja komórki pamięci.)

Ta sama nazwa oznacza różne rzeczy.
(W matematyce: $x' = x + 1$, lub $x_{i+1} = x_i + 1$,
Java: $x = x + 1$.)

Klasyczna praca:

John Backus,
Can programming be liberated from the von Neumann style? a functional style and its algebra of programs
Comm. ACM **21** (August 1978), 613-641.

Programowanie deklaratywne:
CO ma być obliczone, ale niekoniecznie JAK

Program – opisem problemu
a nie opisem operacji/działań maszyny.

Programowanie w języku logiki

(programowanie w logice, *logic programming*, LP)

Program – zbiór aksjomatów (postaci $A_0 \leftarrow A_1, \ldots, A_n$,
A_i – atomy (formuły atomowe)).
Obliczenie – rezolucja; znajduje logiczne konsekwencje programu.

Zapytanie Q (postaci $A_1, \ldots, A_n$).
Odpowiedzi $Q\theta$ t. że $P \models Q\theta$
(P – program, θ – podstawienie).

Każda obliczona odpowiedź spełnia ten warunek.
I odwrotnie. (Jeśli $P \models Q\theta$ to $Q\theta$ jest instancją odpowiedzi obliczonej.)

Declarative programming paradigms

- Spreadsheets
- DB query languages
- Logic programming (LP)
- Functional programming (FP)
- SAT-solving

Logic Programming

Program – a set of axioms
Results – its logical consequences
Computation – proof construction

Main programming language – Prolog

LP, Example

A grandchild of x is a child of a child of x.

$$grandchild(X, Z) \leftarrow child(X, Y), child(Y, Z).$$

We add facts to the program:

$child(charlie, adam)$. $child(david, charlie)$.
$child(charlie, barbara)$. $child(eva, charlie)$.

Queries and answers (computing consequences of the program):

```
?- grandchild(charlie,adam).      no
?- grandchild(eva,adam).          yes
?- grandchild(X,adam).            X = david; X = eva
?- grandchild(eva,Y).             ...
?- grandchild(X,Y).               ...
```

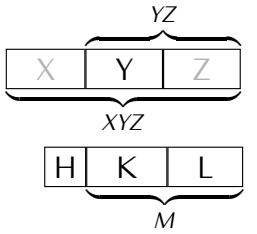
LP, Ex. 2, puzzle

Build a sequence out of three 1's, three 2's, ..., three 9's, so that between each consecutive occurrences of i there are exactly i elements.

[1,9,1,2,1,8,2,4,6,2,7,9,4,5,8,6,3,4,7,5,3,9,6,8,3,5,7]

[1,8,1,9,1,5,2,6,7,2,8,5,2,9,6,4,7,5,3,8,4,6,3,9,7,4,3]
[1,9,1,6,1,8,2,5,7,2,6,9,2,5,8,4,7,6,3,5,4,9,3,8,7,4,3]
[3,4,7,8,3,9,4,5,3,6,7,4,8,5,2,9,6,2,7,5,2,8,1,6,1,9,1]
[3,4,7,9,3,6,4,8,3,5,7,4,6,9,2,5,8,2,7,6,2,5,1,9,1,8,1]
[7,5,3,8,6,9,3,5,7,4,3,6,8,5,4,9,7,2,6,4,2,8,1,2,1,9,1]

LP, Ex. 2, puzzle



solution(S) ←
  sequence27(S),
  sublist([1, _, 1, _, 1], S),
  sublist([2, _, _, 2, _, _, 2], S),
  sublist([3, _, _, _, 3, _, _, _, 3], S),
  sublist([4, _, _, _, _, 4, _, _, _, _, 4], S),
  sublist([5, _, _, _, _, _, 5, _, _, _, _, _, 5], S),
  sublist([6, _, _, _, _, _, _, 6, _, _, _, _, _, _, 6], S),
  sublist([7, _, _, _, _, _, _, _, 7, _, _, _, _, _, _, _, 7], S),
  sublist([8, _, _, _, _, _, _, _, _, 8, _, _, _, _, _, _, _, _, 8], S),
  sublist([9, _, _, _, _, _, _, _, _, _, 9, _, _, _, _, _, _, _, _, _, 9], S).

sublist(Y, XYZ) ← *app*(_, YZ, XYZ), *app*(Y, _, YZ).

sequence27([_, _]).

app([ ], L, L).
app([H|K], L, [H|M]) ← *app*(K, L, M).

Notacja

Zmienne w programach – z dużej litery.

$[a_1, \ldots, a_n]$ – lista z elementami $a_1, \ldots, a_n$ ($n \geqslant 0$)

[ ] – lista pusta

$[h|t]$ – lista z głową h i ogonem t

$[h_1, h_2|t]$ – lista z głową h_1 i ogonem $[h_2|t]$, czyli $[h_1|[h_2|t]]$

Przykład, kolejka

Para list $[e_1, \ldots, e_n, e_{n+1}, \ldots] - [e_{n+1}, \ldots]$ reprezentuje kolejkę $e_1, \ldots, e_n$.

(Ogólniej i dokładniej: para termów $[e_1, \ldots, e_n|t] - t$, "lista różnicowa")

Program + zapytanie/odpowiedź:

empty(A–A).
deq(E, [E|A]–B, A–B).
enq(E, A–[E|B], A–B).

```
| ?- enq( 4, [1,2,3|T]-T, Q ).
Q = [1,2,3,4|_A]-_A,   T = [4|_A]

| ?- deq( X, [1,2,3|T]-T, Q1 ).
X = 1,   Q1 = [2,3|T]-T
```

Obliczenia leniwe (*e* pobrany przed jego wstawieniem)

```
| ?- deq( X, A-A, Q1 ).
A = [X|_A],   Q1 = _A-[X|_A]
```

kolejka o długości −1 !

```
| ?- deq( X, A-A, Q1 ), enq( a, Q1, Q2 ).
A = [a|_A],   X = a,   Q1 = _A-[a|_A],   Q2 = _A-_A
```

Dwa poziomy odczytania programu

deklaratywny – zbiór aksjomatów,
operacyjny – opis obliczeń.

ALGORITHM = LOGIC + CONTROL

[Robert Kowalski, 1974]

Poziom operacyjny: informacja o sterowaniu
zawarta w kolejności zapisu i pewnych dodatkowych deklaracjach.

Ważne:, ale często pomijane:

Poziomy te można rozważać niezależnie.
Poprawność programów to własność poziomu deklaratywnego.

Nie myślimy w terminach opisu obliczeń maszyny.
Zmienne nie jak w programowaniu imperatywnym.

(Można też programować operacyjnie, zapominając o 1. poziomie.)

Sterowanie (w jęz. prog. Prolog)

Kolejność implikacji,
przesłanek w implikacjach,

dodatkowe konstrukcje.

Semantyka operacyjna, czyli obliczenia w LP (wzmianka)

SLD-resolution, szczególny przypadek rezolucji.

Inaczej: konstrukcja od końca dowodu za pom. reguły odrywania dla pewnej instancji zapytania Q.

Można zobrazować jako drzewo SLD (*SLD-tree*),

węzły – zapytania, korzeń – Q,
puste zapytanie – odpowiedź znaleziona,
w każdym niepustym węźle *wybrany atom*

Dla danego P, Q możliwe różne drzewa SLD,
każde zawiera wszystkie odpowiedzi.

Zwykle: obliczenie – przeszukiwanie drzewa wgłąb (z nawracaniem).

Rezolucja SLD, krok obliczeń

Uzgadnianie (unifikacja, *unification*)

Dwa wyrażenia A, B, ich mgu –
najbardziej ogólne podstawienie θ t.że $A\theta = B\theta$
mgu – most general unifier (najogólniejsze podstawienie uzgadniające).

$Q = A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ – zapytanie, A_i – wybrany atom
$C = H \leftarrow B_1, \ldots, B_n$ – klauzula z programu
θ – mgu A_i i H

$Q' = (A_1, \ldots, A_{i-1}, B_1, \ldots, B_n, A_{i+1}, \ldots, A_m)\theta$
– rezolwent Q i C wzgl. A_i z mgu θ

Własność:
$C \models Q' \rightarrow Q\theta$ Gdy mamy wiele kroków $(Q_0, \theta_1, Q_1, \ldots, \theta_n, Q_n)$,
Program $\models Q_n \rightarrow Q_0\theta_1 \cdots \theta_n$

Spojrzenie programisty

Termy – struktury danych

Predykat – procedura

Klauzule programu rozpoczynające się od p
– deklaracja procedury p.

Atom $p(\ldots)$ w przesłankach klauzuli – wołanie procedury p.

Atom $p(\ldots)$ wybranie w węźle drzewa SLD – wywołanie p.

t_i w $p(t_1, \ldots, t_n)$ – parametr we./wy.

Rola unifikacji (uzgadniania).

- Przekazywanie argumentów (we., wy.)
- Sprawdzanie warunków
- Konstrukcja struktur danych
- Dekonstrukcja struktur danych (dostęp)

Spojrzenie programisty, c.d.

Zmienna w programowaniu imperatywnym – pojemnik na dane.

Zmienna w LP:
może nie mieć wartości,
wartość nie może się zmienić, może być uszczegółowiona, np.
$X \ \ldots \ X = Y \ \ldots \ X = Y = f(\_, \_) \ \ldots \ X = Y = f(a, g(\_)) \ \ldots$

Poprawność programów

Wyniki – logiczne konsekwencje programu.
Nie zawsze jasne, czym one są.
Jak o nich wnioskować?

W programowaniu imperatywnym: częściowa poprawność + terminacja.

W LP: poprawność, pełność

zupełna poprawność? ogólna? mocna? dwustronna?

Poprawność – zgodność wyników programu ze specyfikacją.

Pełność – program da wszystkie wyniki wymagane przez specyfikację.

Specyfikacja

– zbiór atomów bez zmiennych (ang. *ground*), $S \subseteq \mathcal{HB}$.
(Nieformalnie – zbiór najprostszych odpowiedzi.)

Np. $S = \{\, solution(l) \in \mathcal{HB} \mid l \text{ jest listą}, |l| = 27, \ \ldots \ \ldots \,\} \cup$
$\{\, sequence27(l) \in \mathcal{HB} \mid l \text{ jest listą}, |l| = 27 \,\} \cup$
$\left\{ sublist(s, l) \in \mathcal{HB} \;\middle|\; \begin{array}{l} l = [a_1, \ldots, a_n] \ \Rightarrow \\ \exists i, j \in \{1, \ldots, n\} : s = [a_i, \ldots, a_j] \end{array} \right\} \cup$
$\{\, app(k, l, m) \in \mathcal{HB} \mid \ldots \,\}$

Df.: Poprawność: $\mathbf{M}_P \subseteq S$ Pełność: $S \subseteq \mathbf{M}_P$

gdzie P – program, S – specyfikacja.
$\mathbf{M}_P$ – odpowiedzi dla P atomowe, bez zmiennych,
$\mathbf{M}_P = \{A \in \mathcal{HB} \mid A \text{ jest odpowiedzią } P\}$ (najmniejszy model Herbranda).

Własność poprawności i pewności

Poprawność: $\mathbf{M}_P \subseteq S$	Pełność: $S \subseteq \mathbf{M}_P$

opisują odpowiedzi programu, czyli to, o co chodzi:

Tw.:

P poprawny wzgl. S, $Q\theta$ odpowiedź dla P $\Rightarrow$ $S \models Q\theta$

P pełny wzgl. S, $S \models Q\theta$, $Q\theta$ bez zmiennych[1] $\Rightarrow$ $Q\theta$ odpowiedź dla P

[1] Zw. z zagadnieniem, kiedy $\mathbf{M}_P$ charakteryzuje logiczne konsekwencje P. W.D. Theory and Practice of Logic Programming 16(4):498-508.

Kryterium poprawności

Tw.: $S \models P \quad \Rightarrow \quad P$ poprawny względem S.

$S \models P$ inaczej:

Dla każdej instancji bez zmiennych $H \leftarrow B_1, \ldots, B_n$ implikacji z P, jeśli $B_1, \ldots, B_n \in S$, to $H \in S$.

Example correctness proof

$[B_1, \ldots, B_n \in S \Rightarrow H \in S,$ for each... $H \leftarrow B_1, \ldots, B_n.]$

Program + specification:

SPLIT: $s([\,],[\,],[\,]).$ (1)

$s([X|Xs],[X|Ys],Zs) \leftarrow s(Xs,Zs,Ys).$ (2)

$S = \{\, s(l, l_1, l_2) \mid l, l_1, l_2$ are lists, $0 \leqslant |l_1| - |l_2| \leqslant 1 \,\}$,

where $|l|$ – the length of a list l.

Proof:

Consider a ground instance $s([h|t],[h|t_2],t_1) \leftarrow s(t,t_1,t_2)$ of (2).
Assume $s(t,t_1,t_2) \in S$. Thus $[h|t],[h|t_2],t_1$ are lists.
Let $m = |t_1| - |t_2|$. As $m \in \{0,1\}$, we have $|[h|t_2]| - |t_1| = 1 - m \in \{0,1\}$.
So the head $s([h|t],[h|t_2],t_1)$ is in S. The proof for (1) is trivial.

Thus program SPLIT correct w.r.t. specification S.

Uwaga

Przedstawiony warunek dostateczny poprawności $S \models P$ [Clark'79]

uważam, że prosty, naturalny, łatwy w stosowaniu ☺

zapoznany

Proponuje się inne metody, niedeklaratywne ☹

(np. monografia [Apt'97]
$\approx$ metoda Hoare'a zastosowana do pewnego konkretnego sterowania.)

Pełność

[Każdy wynik wymagany przez specyfikację jest wynikiem programu]

$[S \subseteq \mathbf{M}_P]$

Uwagi

Na ogół pomijana (!) ☹

Np.

Podręcznik [Hogger'84] – tylko definicja

Monografia [Apt'97] – brak.

Wnioskowanie o pełności

Pojęcie pomocnicze: semi-pełność (półpełność?)

= pełność dla wszystkich zapytań,
dla których istnieje obliczenie skończone.

Tzn. istnieje skończone drzewo przeszukiwań (SLD-tree).

Czyli pełność = semi-pełność + terminacja.

Wnioskowanie o semi-pełności

Df.: Atom A jest pokryty wzgl. specyfikacji S przez klauzulę C jeśli ma ona instancję $A \leftarrow B_1, \ldots, B_n$, gdzie $B_1, \ldots, B_n \in S$.

Nieformalnie: C może wyprodukować A z S.

Df.: A pokryty wzgl. S przez program $P \Leftrightarrow A$ pokryty wzgl. S przez $C \in P$

Tw.: S – specyfikacja, P – program;
każdy $A \in S$ pokryty przez P wzgl. $S \Rightarrow P$ semi-pełny wzgl. S

Przykład. Konstrukcja programu i dowód semi-pełności

Sprawdzanie czy element listy. Specyfikacja

$$S^0_M = \{\, member(t_i, [t_1, \ldots, t_n]) \in \mathcal{HB} \mid 0 < n,\ 1 \leqslant i \leqslant n \,\}$$

Warunek na semi-pełność:
każdy $A \in S^0_M$ pokryty przez P wzgl. $S^0_M \Rightarrow P$ semi-pełny wzgl. S^0_M

$i = 1$: każdy $member(t_1, [t_1, \ldots, t_n])$ pokryty przez

$$member(X, [X|L]).$$

$1 < i \leqslant n$:
każdy $member(t_i, [t_1, \ldots, t_n])$ $(1 < i \leqslant n)$ pokryty przez

$$member(X, [Y|L]) \leftarrow member(X, L).$$

Program M gotowy wraz z dowodem semi-pełności.
Powszechnie używany, standardowy.

Przykład, c.d.

Oczywiście program powinien być też poprawny.

Program $\{\, member(X, Y). \,\}$ też jest pełny wzgl. S^0_M,
a bezużyteczny.

Przykład, c.d.

Specyfikacja i program:

$S^0_M = \{\, member(t_i, [t_1, \ldots, t_n]) \in \mathcal{HB} \mid 1 \leqslant i \leqslant n \,\}$

M: $member(E, [E|L]).$ (1)
$member(E, [H|L]) \leftarrow member(E, L).$ (2)

Ale M niepoprawny wzgl. S^0_M

bowiem $M \models member(a, [a|b])$ ($[a|b]$ nie jest listą).

Nic nie szkodzi, M poprawny względem

$$S_M = \left\{ m(t, l) \in \mathcal{HB} \;\middle|\; \begin{array}{l} l \text{ jest listą } \Rightarrow \\ t \text{ jest elementem } l \end{array} \right\}$$
$$= \{\, m(t, s) \in \mathcal{HB} \mid s \text{ nie jest listą} \,\} \cup S^0_M$$

Specyfikacje przybliżone

W przykładzie:

$S^0_M = \{\, member(t_i, [t_1, \ldots, t_n]) \in \mathcal{HB} \mid 1 \leqslant i \leqslant n \,\}$
$S_M = \{\, member(t, s) \in \mathcal{HB} \mid s \text{ nie jest listą} \,\} \cup S^0_M$

Program poprawny wzgl. S_M i pełny wzgl. S^0_M.

Jest to sytuacja typowa. Choć teoria LP nieczęsto to przyznaje.

☞ Wiemy, co program musi produkować (S^0_M),
co program może produkować (S_M).
Reszta nieważna.

Nota bene, dokładna specyfikacja M:
$\{\, member(t_i, [t_1, \ldots, t_i|s]) \in \mathcal{HB} \mid i \geqslant 0 \,\}$
Ale ogólnie:
dokładna specyfikacja może być trudna i niewygodna do uzyskania,
i niepotrzebna.

Specyfikacje przybliżone

W przykładzie:

$S^0_M = \{\, member(t_i, [t_1, \ldots, t_n]) \in \mathcal{HB} \mid 1 \leqslant i \leqslant n \,\}$
$S_M = \{\, member(t, s) \in \mathcal{HB} \mid s \text{ nie jest listą} \,\} \cup S^0_M$

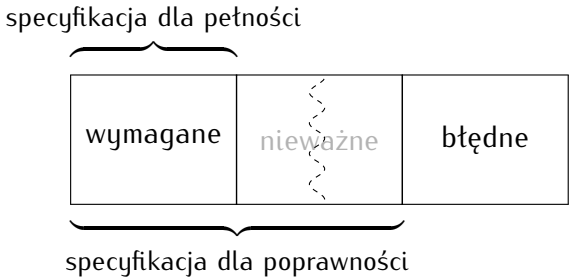
Program poprawny wzgl. S_M i pełny wzgl. S^0_M.

Jest to sytuacja typowa. Choć teoria LP nieczęsto to przyznaje.

☞ Wiemy, co program musi produkować (S^0_M),
co program może produkować (S_M).
Reszta nieważna.

Df.: Specyfikacja przybliżona – para
specyfikacja dla pełności + specyfikacja dla poprawności.

Specyfikacje przybliżone



Uwaga o typach

W odpowiedniej logice z typami

przybliżone specyfikacje niepotrzebne

w niektórych przypadkach.

Np. gdy drugi argument $member(t, s)$ musi być listą.

Propozycje LP z typami istnieją, ale nie są popularne.

Prolog – język programowania bez typów.

Lokalizacja błędów w programach

algorithmic debugging, declarative diagnosis

Algorytmy lokalizowania w programie
przyczyny niepoprawności/niepełności
wykrytej przez test

Zadają zapytania o zgodność atomu ze specyfikacją

☹ Nie stosowane
bo wymagano od programisty znajomości specyfikacji dokładnej

Np. pytanie o $member(a, [a|b])$ – jak odpowiedzieć?

☺ Rozwiązanie problemu: specyfikacje przybliżone

w lokalizacji niepoprawności – specyfikacja dla poprawności

w lokalizacji niepełności – specyfikacja dla pełności

SAT-solver, Howe & King

Howe, J. M. and King, A. A pearl on SAT and SMT solving in Prolog. *Theor. Comput. Sci. 435*, 43–55, 2012.

Program w Prologu, 22 linie (+7 pustych), 84 słowa, 791 znaków (w tym spacje itp)

DPLL + *watched literals* + *unit propagation*

Przedstawiam jako program w logice z dodanym sterowaniem. ▸ por.

Systematyczna konstrukcja ze specyfikacji, jednocześnie z dowodami.

Dowody poprawności, pełności, terminacji, ...
na poziomie programu w logice.

SAT-solver, Howe & King

Reprezentacja formuł CNF (w postaci koniunktywnej normalnej)

Wartości logiczne – stałe `true`, `false`

Literały x, $\neg x$ – pary `true-X`, `false-X`

Wartościowanie – podstawienie (np. $\{X/\texttt{false}, Y/\texttt{true}\}$)
A więc literał prawdziwy jest postaci $t\text{-}t$

Klauzula $(L_1 \vee \cdots \vee L_n)$ – lista reprezentacji literałów

Formuła $(C_1 \wedge \cdots \wedge C_n)$ – lista reprezentacji klauzul

A więc formuła f spełnialna jeśli
$\exists\theta$ lista $f\theta$ ma w każdym elemencie element postaci $t\text{-}t$

SAT-solver, specyfikacja

[f spełnialna jeśli $\exists\theta$ lista $f\theta$ ma w każdym elemencie element postaci $t\text{-}t$]

Prawdziwe klauzule

$$L_1 = \{\, [t_1, \ldots, t_j, t\text{-}t|s] \in \mathcal{HU} \mid j \geqslant 0 \,\}$$
$$L_1^0 = \{\, [t_1\text{-}t'_1, \ldots, t_n\text{-}t'_n] \in \mathcal{HU} \mid n > 0,\ \exists_i\, t_i = t'_i \,\}$$

Prawdziwe formuły

$$L_2 = \{\, [s_1, \ldots, s_n] \in \mathcal{HU} \mid n \geqslant 0,\ s_1, \ldots, s_n \in L_1 \,\}$$
$$L_2^0 = \{\, [s_1, \ldots, s_n] \in \mathcal{HU} \mid n \geqslant 0,\ s_1, \ldots, s_n \in L_1^0 \,\},$$

Specyfikacja przybliżona

$$S_1 = \{\, sat\_cl(s) \mid s \in L_1 \,\} \cup \{\, sat\_cnf(u) \mid u \in L_2 \,\}.$$
$$S_1^0 = \{\, sat\_cl(s) \mid s \in L_1^0 \,\} \cup \{\, sat\_cnf(u) \mid u \in L_2^0 \,\}.$$

P poprawny wzgl. S_1 i pełny wzgl. S_1^0 $\Rightarrow$
f spełnialna $\Leftrightarrow$ $sat\_cnf(f)$ ma odpowiedź ☜

SAT-solver, pierwszy program

Będzie poprawny i pełny wzgl. S_1 j.w.

$$S_1 = \{\, sat\_cl(s) \mid s \in L_1 \,\} \cup \{\, sat\_cnf([s_1, \ldots, s_n]) \mid s_1, \ldots, s_n \in L_1 \,\}$$
gdzie $L_1 = \{\, [t_1, \ldots, t_j, t\text{-}t|s] \in \mathcal{HU} \mid j \geqslant 0 \,\}$

Zgodnie z warunkiem dla semi-pełności,
by pokryć każdy $sat\_cl([t_1, \ldots, t_j, t\text{-}t|s])$,

dla $j = 0$: $sat\_cl([Pol\text{-}Pol|Pairs])$.

dla $j > 0$: $sat\_cl([H|Pairs]) \leftarrow sat\_cl(Pairs)$.

Warunek dla poprawności również spełniony

Podobnie by pokryć każdy $sat\_cnf([s_1, \ldots, s_n])$

dla $n = 0$: $sat\_cnf([\,])$.

dla $n > 0$: $sat\_cnf([Cl|Cls]) \leftarrow sat\_cl(Cl), sat\_cnf(Cls)$.

SAT-solver, konstrukcja efektywnego programu

Nasz program prosty, ale nieefektywny. Zmienimy procedurę

$sat\_cl([Pol\text{-}Pol|Pairs])$.
$sat\_cl([H|Pairs]) \leftarrow sat\_cl(Pairs)$.

by można dodać sprytne sterowanie.

Klauzule nieunarne – oddzielnie; nowe procedury sat_cla, sat_clb.

$$S_{11} = \{\, sat\_cla(s), sat\_clb(s) \mid sat\_cl(s) \in S_1 \,\}$$
$$S_{11}^0 = \{\, sat\_cla(s), sat\_clb(s) \mid sat\_cl(s) \in S_1^0,\ |s| > 1 \,\}$$

▸ por.

$sat\_cl([Pol\text{-}Pol])$.
$sat\_cl([Pol1\text{-}Var1, Pol2\text{-}Var2|Pairs]) \leftarrow$
$\quad sat\_cla([Pol1\text{-}Var1, Pol2\text{-}Var2|Pairs])$.

Sterowanie:
użyć $sat\_cla(\ldots)$ tylko gdy $Var1$ lub $Var2$ nie jest zmienną;
to implementuje *watched literals*;

SAT-solver, konstrukcja efektywnego programu

Klauzule nieunarne – oddzielnie; nowe procedury *sat_cla*, *sat_clb*.

$S_{11} = \{\, sat\_cla(s), sat\_clb(s) \mid sat\_cl(s) \in S_1 \,\}$
$S^0_{11} = \{\, sat\_cla(s), sat\_clb(s) \mid sat\_cl(s) \in S^0_1,\ |s| > 1 \,\}$

▸ por.

```
sat_cl([Pol-Pol]).
sat_cl([Pol1-Var1, Pol2-Var2|Pairs]) ←
    sat_cla([Pol1-Var1, Pol2-Var2|Pairs]).
```

Sterowanie:
użyć *sat_cla*(...) tylko gdy *Var*1 lub *Var*2 nie jest zmienną;
to implementuje *watched literals*;

mieć literał bez zmiennej na początku listy

```
sat_cla([P1-V1, P2-V2|Pairs]) ← sat_clb([P1-V1, P2-V2|Pairs])
sat_cla([P1-V1, P2-V2|Pairs]) ← sat_clb([P2-V2, P1-V1|Pairs])
sat_clb([Pol-Pol|_]).
sat_clb([_|Pairs]) ← sat_cl(Pairs).
```


Uwagi. SAT-solver, konstrukcja

Konstrukcja programu niejako sterowana
warunkiem dostatecznym na semi-pełność wzgl. $S^0_1 \cup S^0_{11}$.

Wraz z konstrukcją – dowody semi-pełności i poprawności
wzgl. $S^0_1 \cup S^0_{11}$ i $S_1 \cup S_{11}$, nieuwidocznione na slajdach.

Właściwy program nieco bardziej rozbudowany.

Zamiast jednego $[P2\text{-}V2, P1\text{-}V1|Pairs]$ – pięć argumentów
by wykorzystać pewne optymalizacje kompilatorów (tzw. indeksowanie).
Dodatkowy fragment, by obliczenia nie ugrzęzły z braku klauzuli unarnej.

Implementuje DPLL z *watched literals* i *unit propagation*
(propagacja tylko na *watched literals*)

SAT-solver, konstrukcja efektywnego programu

Klauzule nieunarne – oddzielnie; nowe procedury *sat_cla*, *sat_clb*.

$S_{11} = \{\, sat\_cla(s), sat\_clb(s) \mid sat\_cl(s) \in S_1 \,\}$
$S^0_{11} = \{\, sat\_cla(s), sat\_clb(s) \mid sat\_cl(s) \in S^0_1,\ |s| > 1 \,\}$

▸ por.

```
sat_cl([Pol-Pol]).
sat_cl([Pol1-Var1, Pol2-Var2|Pairs]) ←
    sat_cla([Pol1-Var1, Pol2-Var2|Pairs]).
```

mieć literał bez zmiennej na początku listy

```
sat_cla([P1-V1, P2-V2|Pairs]) ← sat_clb([P1-V1, P2-V2|Pairs])
sat_cla([P1-V1, P2-V2|Pairs]) ← sat_clb([P2-V2, P1-V1|Pairs])
sat_clb([Pol-Pol|_]).
sat_clb([_|Pairs]) ← sat_cl(Pairs).
```

Sterowanie wybierze właściwą implikację dla *sat_cla*
(która wywoła *sat_clb* bez zmiennej w głowie listy);
porzuci drugą implikację dla *sat_clb*, jeśli pierwsza skutkuje.

Uwagi. SAT-solver, konstrukcja

W artykule przedstawiłem pełną konstrukcję tego programu, jako
program w logice + dodane sterowanie.

Dowody poprawności, pełności, terminacji, ...
na poziomie programu w logice, w pełni deklaratywne.

Dodanie sterowania zachowuje poprawność i terminację
nie zachowuje pełności
bowiem obcinamy część przestrzeni poszukiwań (SLD-tree).

Przedstawiłem warunek konieczny na zachowanie pełności.
Zastosowany w tym przypadku.

W trakcie konstrukcji zmienia się semantyka programu
Np. jedynie pierwszy program ma odpowiedź *sat_cl*([`true-true`|1]).
A więc "*semantic-preserving program transformations*" nieadekwatne.

Podsumowanie

☞ Główna część rozumowania o programach możliwa na poziomie deklaratywnym/logicznym ☺ w abstrakcji od semantyki operacyjnej.

Gdyby tak nie było, to LP nie zasługiwałoby na uznanie za deklaratywny paradygmat programowania.

A często proponuje się metody zw. z semantyką operacyjną.

Uwaga: Przy dowodzie pełności korzystamy z terminacji ☹ (pojęcia operacyjnego).

Tu był przypadek szczególny: deklaratywny dowód terminacji.

Ale w praktyce terminacja i tak potrzebna.

Tematy na c.d.

Wnioskowanie o programach z negacją (może też CLP, CHR, ASP)

Implementacja lokalizacji błędów w programach.

Nauczanie. Dalsze przykłady.

Formalizacja specyfikacji.

Formalizacja dowodów (sprawdzanie, wspomaganie konstruowania,...)

Deklaratywne LP Poprawność Pełność Spec. SAT-solver Z.

Podsumowanie

☞ Główna część rozumowania o programach możliwa na poziomie deklaratywnym/logicznym ☺ w abstrakcji od semantyki operacyjnej.

Gdyby tak nie było, to LP nie zasługiwałoby na uznanie za deklaratywny paradygmat programowania.

A często proponuje się metody zw. z semantyką operacyjną.

☞ Metoda dla semi-pełności $\rightsquigarrow$ sposób konstruowania programów wraz z dowodami poprawności, semi-pełności

☞ Uważam, że przedstawione metody nadają się do stosowania w praktyce (pewnie na poziomie nieformalnym).

Deklaratywne LP Poprawność Pełność Spec. SAT-solver Z.