Analiza statystyczna trudności tekstu

Łukasz Dębowski
ldebowsk@ipipan.waw.pl

SWPS

Problem badawczy

Chcielibyśmy mieć wzór matematyczny, ...

- ... który dla dowolnego tekstu ...
- ... na podstawie pewnych statystyk ...
- ... obliczanych za pomocą programu komputerowego ...
- ... przewidywałby dostatecznie dobrze, ...
- ... jak trudny jest on do zrozumienia ...
- ... dla przeciętnego czytelnika.

Zastosowanie: aplikacja JASNOPIS.

Intencja: Chcemy ulepszyć wzór Pisarka:

$$\mathbf{T} = \frac{\sqrt{\mathbf{T_s^2} + \mathbf{T_w^2}}}{\mathbf{2}}. \tag{1}$$

Dane

- Przygotowaliśmy 35 tekstów o zróżnicowanej trudności (7 klas trudności a priori po 5 tekstów).
- Przeprowadziliśmy badania psychologiczne, jak dobrze teksty te są rozumiane przez potencjalnych czytelników (próba 1759 osób, test cloze + test pytań otwartych)
- Wyodrębniliśmy kilkadziesiąt zmiennych lingwistycznych przypuszczalnie skorelowanych z trudnością tekstu (długość zdania, długość słowa, procent rzeczowników itp.)
- Za pomocą programu komputerowego wyznaczyliśmy wartości liczbowe tych zmiennych dla danych 35 tekstów.

Mając te dane chcielibyśmy wyznaczyć wzór matematyczny przewidujący trudność tekstu.

Tabela z danymi (35 wierszy, 69 kolumn)

plik	punkty cloze	punkty otwarte	liczba akapitów	liczba zdań	liczba słów	...
1/1-1.txt	25,48	4,40	13	31	285	...
1/1-2.txt	30,80	4,42	11	29	283	...
1/1-3.txt	28,25	4,33	16	39	300	...
1/1-4.txt	29,90	4,00	5	27	284	...
1/1-5.txt	25,31	4,40	9	33	319	...
2/2-1.txt	24,70	4,44	4	24	294	...
2/2-2.txt	27,96	4,35	8	24	318	...
2/2-3.txt	26,94	4,45	7	28	283	...
2/2-4.txt	23,67	4,54	9	23	289	...
2/2-5.txt	24,73	4,67	17	29	283	...
...	...	...	...	...	...	...

Metoda najmniejszych kwadratów

Oznaczenia:

- $\mathbf{Y_i}$ — punkty cloze/otwarte dla **i**-tego tekstu
- $\mathbf{X_{ij}}$ — **j**-ta zmienna objaśniająca dla **i**-tego tekstu
- **N** — liczba tekstów
- **K** — liczba zmiennych objaśniających

Szukamy wzoru postaci:

$$\mathbf{Y_i} = \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{K}} \mathbf{X_{ij}} \mathbf{A_j} + \text{szum losowy} \tag{2}$$

minimalizując sumę kwadratów błędów:

$$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{N}} \left(\mathbf{Y_i} - \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{K}} \mathbf{X_{ij}} \mathbf{A_j} \right)^{\mathbf{2}} = \mathbf{min}\,. \tag{3}$$

Ograniczenia metody najmniejszych kwadratów

- Metodę najmniejszych kwadratów można zastosować wyłącznie, gdy liczba tekstów **N** jest znacznie większa niż liczba zmiennych objaśniających **K** ...
- ... w przeciwnym wypadku zachodzi przeuczenie, czyli dopasowujemy się do szumu losowego w danych i wzór (2) nie przewiduje trudności tekstów spoza próby uczącej.
- W naszym przypadku liczba tekstów **N** jest mniejsza niż liczba zmiennych objaśniających **K**.

Rozwiązania:

- Zmniejszyć liczbę zmiennych objaśniających (jak we wzorze Pisarka).
- Zastosować regresję liniową z regularyzacją.

Dwa rodzaje regularyzacji

- Regresja lasso:

  Minimalizujemy sumę kwadratów błędów z karą liniową:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - \sum_{j=1}^{K} X_{ij} A_j \right)^2 + \alpha \sum_{j=1}^{K} |A_j| = \min . \qquad (4)$$

- Regresja ridge (grzbietowa):

  Minimalizujemy sumę kwadratów błędów z karą kwadratową:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - \sum_{j=1}^{K} X_{ij} A_j \right)^2 + \alpha \sum_{j=1}^{K} A_j^2 = \min . \qquad (5)$$

Trzy inne modele

- Regresja liniowa metodą najmniejszych kwadratów ze dwiema zmiennymi jak we wzorze Pisarka ($\mathbf{K = 2}$)
  (średnia długość zdania, procent słów dłuższych niż 3 sylaby).
- Średnia ważona (komitet) z regresji liniowych metodą najmniejszych kwadratów dla trzech zmiennych ($\mathbf{K = 3}$)
  (średnia długość zdania, procent słów dłuższych niż 3 sylaby oraz dowolna inna zmienna).
- Baseline (model odniesienia): Trudność dowolnego tekstu jest stała (szacowana jako średnia z próby uczącej).

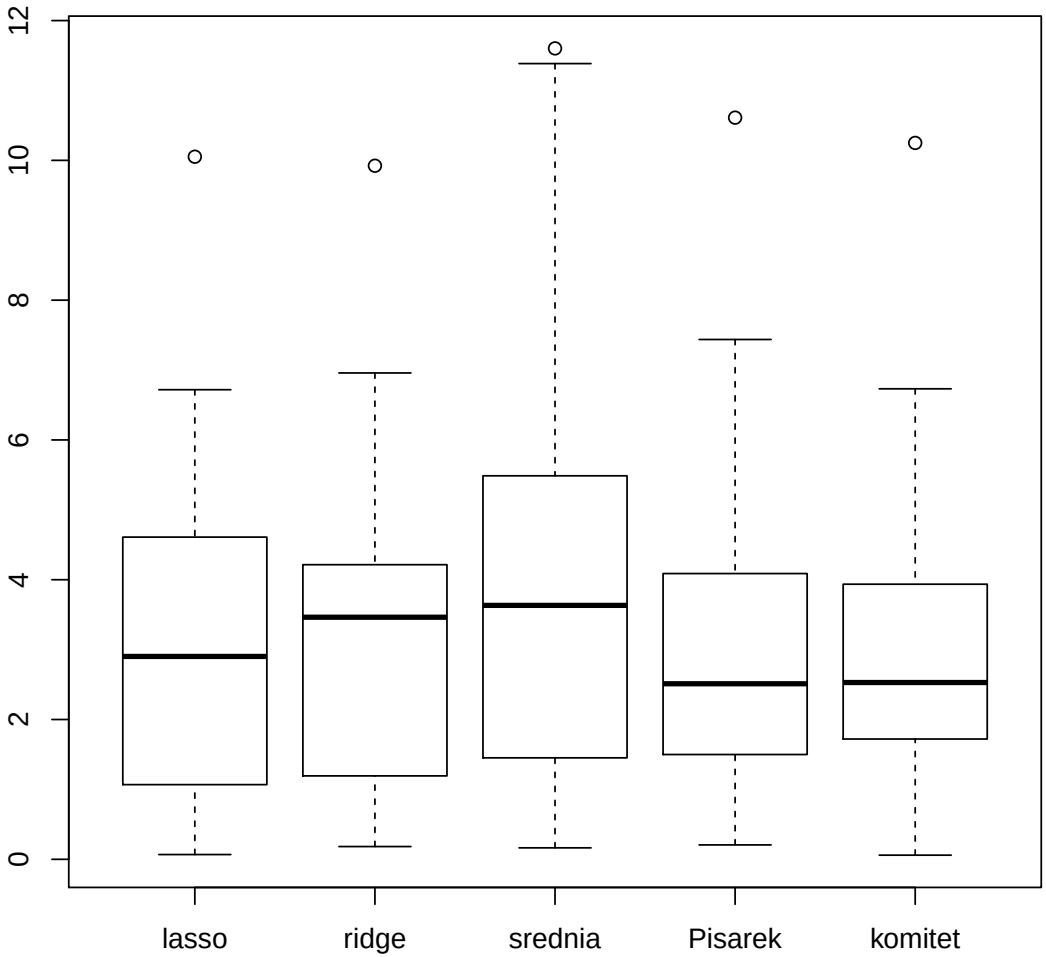
Który z tych modeli jest najlepszy?

Pewnym sposobem sprawdzenia tego, jest kroswalidacja:

- Wyjmujemy z próby uczącej jeden tekst, dopasowujemy model do pozostałych tekstów i sprawdzamy, jak dobrze ów model przewiduje zmienną objaśnianą dla wyjętego tekstu.
- Błąd (odchylenie modelu od wartości przewidywanej) mierzymy dla każdego tekstu w próbie uczącej i sporządzamy wykres pudełkowy obrazujący przeciętną wartość i rozrzut tego błędu.
- Szukamy metody, dla której błąd jest najmniejszy.

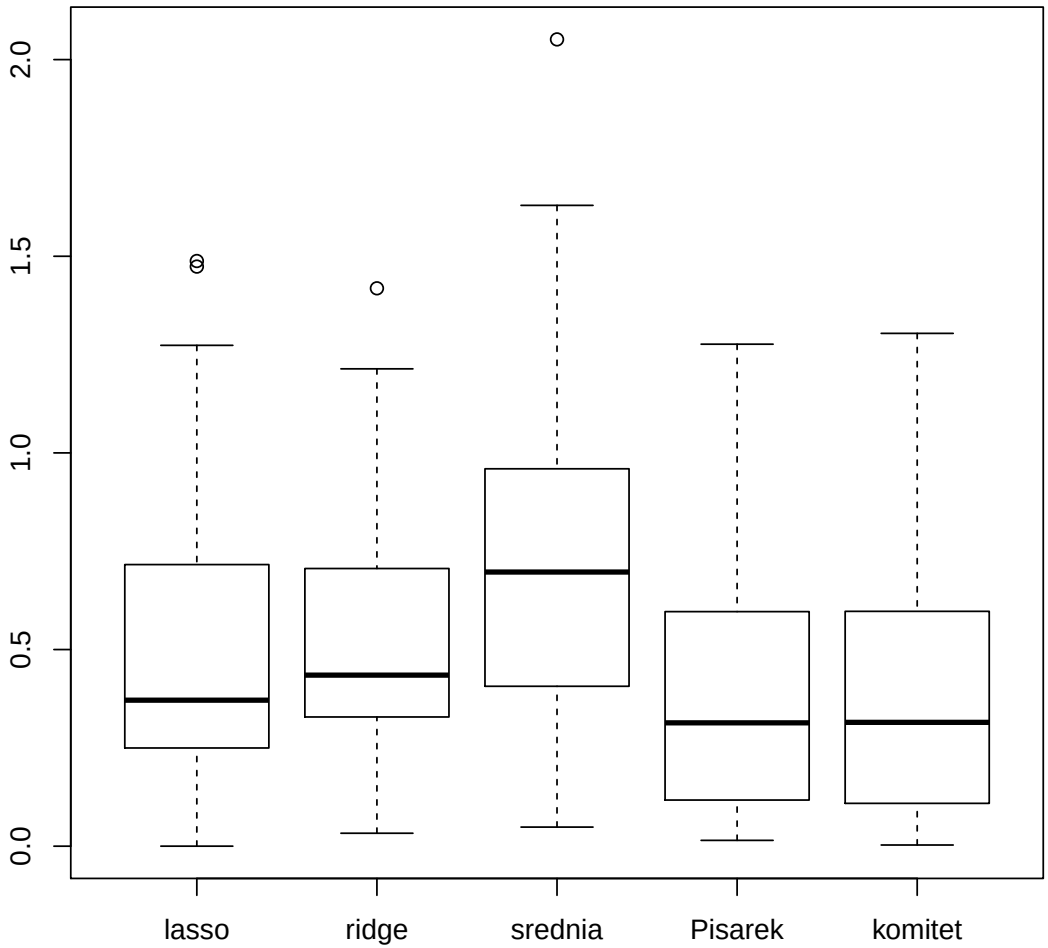
Wykres pudełkowy błędu

Zmienna przewidywana: punkty cloze



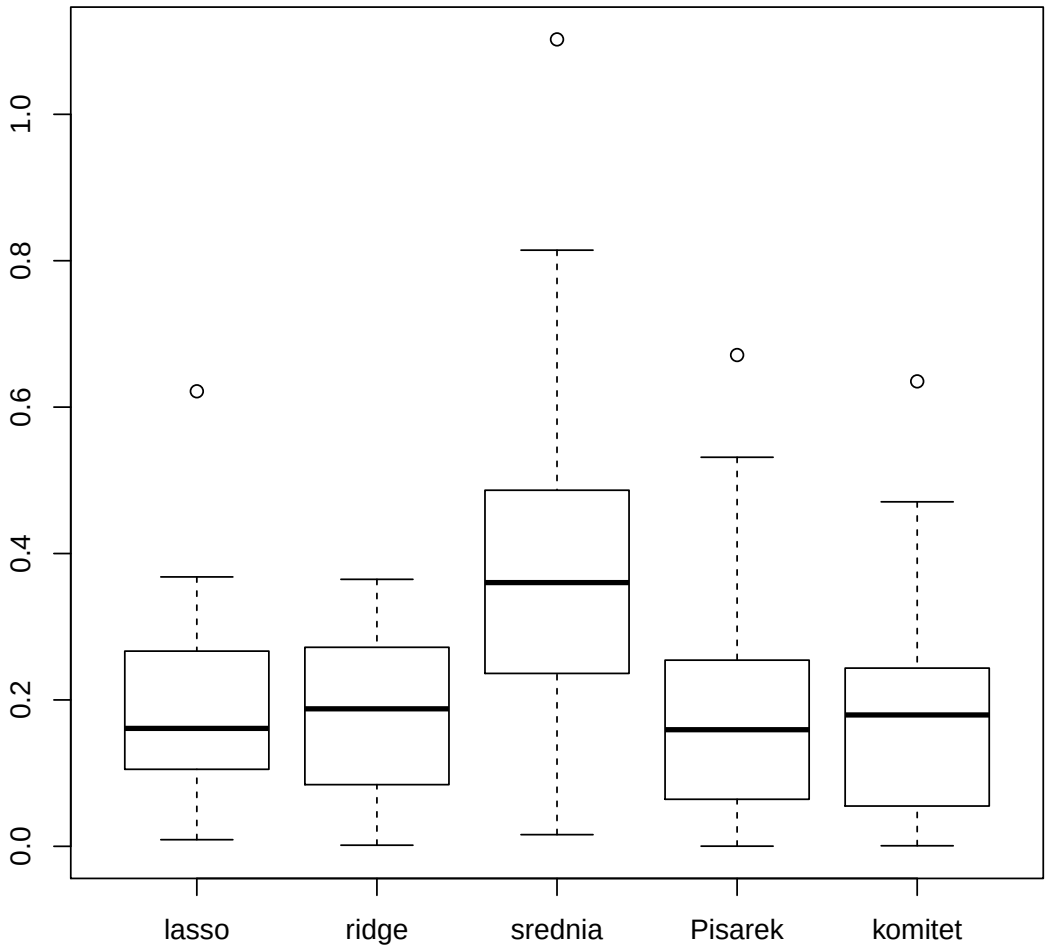
Wykres pudełkowy błędu

Zmienna przewidywana: punkty otwarte

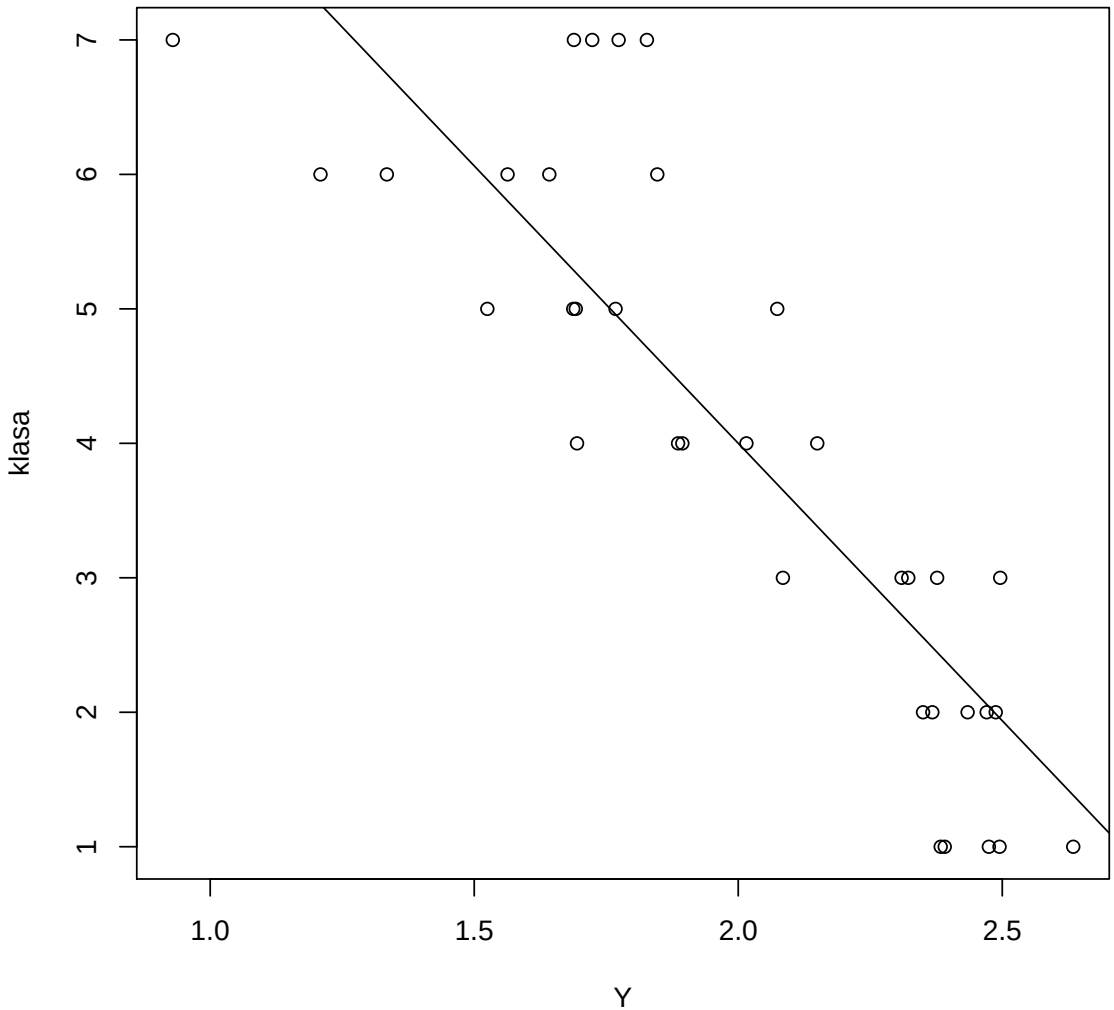


Wykres pudełkowy błędu

Przewidywane: średnia ważona punktów cloze i punktów otwartych



Jak zmienna przewidywana koreluje z klasą tekstu?



Wzór na trudność tekstu

$$\text{Klasa} = \mathbf{12.25} - \mathbf{4.12} * \text{Ridge}$$

$$\begin{aligned}\text{Ridge} = \mathbf{2.7} &- \mathbf{0.0034} * (\text{średnia długość zdania}) \\ &- \mathbf{0.0027} * (\text{procent słów trudnych}) \\ &+ \mathbf{0.0026} * (\text{procent rzeczowników}) \\ &- \mathbf{0.0044} * (\text{procent rzeczowników trudnych}) \\ &+ \mathbf{0.0037} * (\text{procent czasowników}) \\ &+ \mathbf{0.0053} * (\text{procent czasowników trudnych}) \\ &- \mathbf{0.00043} * (\text{średnia długość akapitu}) \\ &- \mathbf{0.013} * (\text{średnia długość łańcucha dopełniaczowego}) \\ &- \mathbf{0.0033} * (\text{procent dopełniaczy}) \\ &- \mathbf{0.0019} * (\text{procent rzeczowników na '-ość'}) \\ &+ \ldots\end{aligned}$$

Podsumowanie

- Skonstruowaliśmy wzór na trudność tekstu, którego maksymalny błąd predykcji jest trzy razy mniejszy niż modelu odniesienia (w którym trudność tekstu nie zależy od tekstu), a dwa razy mniejszy niż wzoru Pisarka.
- Wzór jest zbyt skomplikowany by liczyć go ręcznie, ale jest prosty do zaimplementowania w programie komputerowym.