Historia Rachunku Prawdopodobieństwa i Statystyki
WYKŁAD VIII: Jerzy Neyman. Statystyka Matematyczna jako oddzielna dyscyplina

MiNI PW, semestr zimowy

Jerzy Neyman (1894-1981). Okres rosyjski

Jerzy Spława-Neyman urodził się w Bendery nad Dniestrem. Przedrostka Spława nie lubił i publikował pod nazwiskiem Neyman.
Był wnukiem powstańca z 1863. Urodził się i wychował w Rosji.
Studiował na uniwersytecie w Charkowie, najpierw fizykę, pózniej matematykę.
Był studentem S. Bernsteina.
Asystent na politechnice w Charkowie.

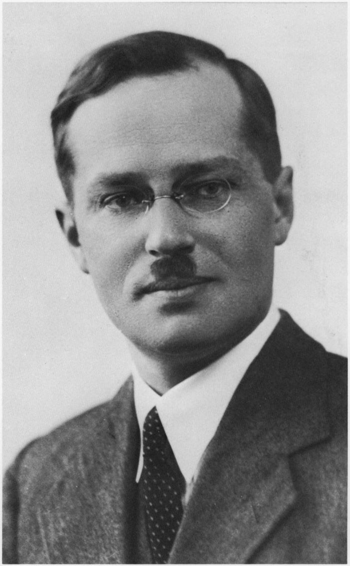
Jerzy Neyman (1894-1981). Okres polsko-brytyjski

Po traktacie ryskim w 1921 r rodziną JN przenosi się do Polski.
Pracuje jako statystyk w Instytucie Naukowo-Przyrodniczym w Bydgoszczy, PIM i SGGW w Warszawie.
1924: roczne stypendium w University College u Karla Pearsona.
Mimo opublikowania trzech prac w Biometrika, stypendium zawiodło go.
1925: stypendium Rockefellera w Paryżu wykłady Lebesgue'a (College de France), Borela (Sorbona)).
Współpraca z E. Pearsonem.
1934 (po przejściu na emeryturę K. Pearsona): wykładowca w University College w Londynie.

Jerzy Neyman (1894-1981). Okres amerykański

1937: seria wykładów w USA. Zaproszenie do zorganizowania ośrodka statystycznego W Berkeley.
1938: profesura na Uniwersytecie w Berkeley (pensja 4500 dolarów rocznie). Stworzył tam Laboratorium Statystyczne.
Drugi obok A. Tarskiego profesor University of California, Berkeley.
Organizator Sympozjów Berkeleyowskich z RP i S, pierwsze w 1945 r.
Współpracownicy Neymana w Berkeley: J. Hodges, A. Wald, H. Hotteling, L. LeCam, H. Robbins, M. Loéve, C. Stein, H. Scheffé.

J. Neyman

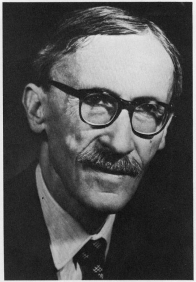


Jerzy Neyman

Probabiliści francuscy lata 20-te XX

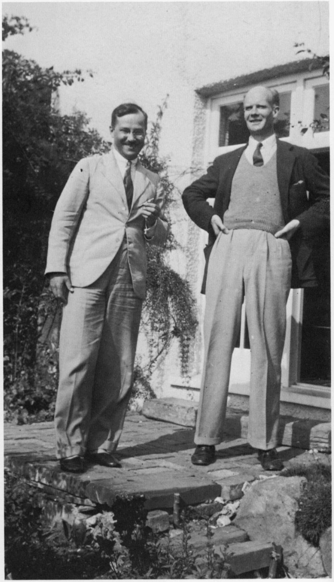
Henri Lebesgue

Emile Borel



Paul Lévy

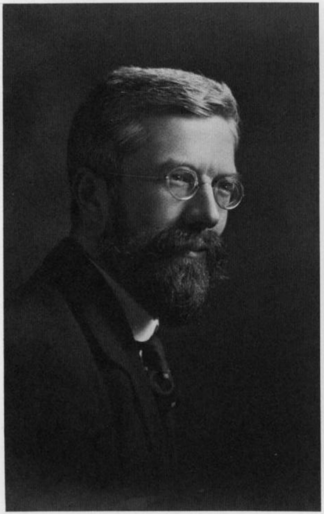
Jerzy Neyman i Egon Pearson



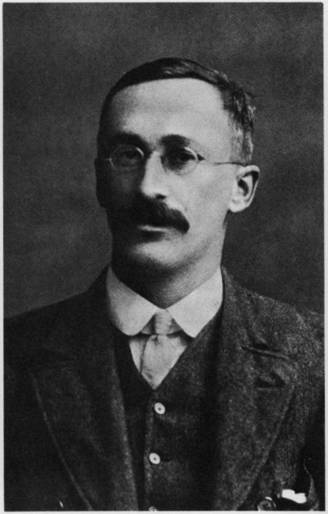
Neyman and Pearson at The Cell

R. Fisher i W. Gosset

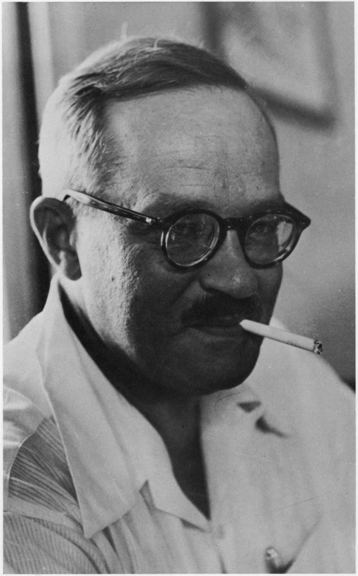
R.A. Fisher



W.S. Gosset ("Student")

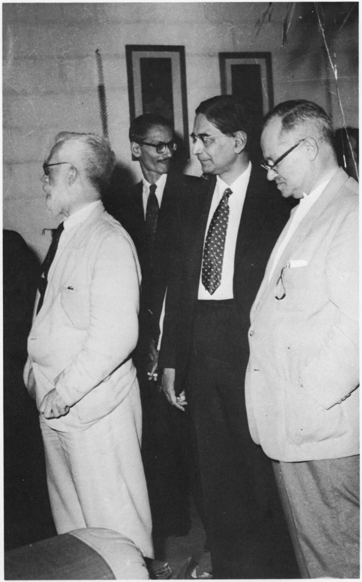


J. Neyman



Neyman in the Berkeley Statistical Laboratory

J. Neyman i R. Fisher



R.A. Fisher, P.C. Mahalanobis, and Jerzy Neyman

J. Neyman

Głowne osiągnięcia

- problem testowania w języku optymalizacji, lemat N-P;
- planowanie eksperymentu i randomizacja;
- przedziały ufności;
- gładkie testy zgodności;
- najlepsze estymatory asymptotycznie normalne BAN;
- testy C(α)
- modelowanie rozmieszczenia galaktyk i rozprzestrzeniania się epidemii;

Planowanie eksperymentu i randomizacja

Już w 1923 w pracy w Rocznikach Nauk Rolniczych Neyman formułuje ideę randomizacji w kontekście losowego przypisania ν gatunków do m poletek.
Był to *model probabilistyczny* służacy do obliczenia oczekiwanego plonu dla określonego gatunku i nie formułował późniejszej obserwacji Fishera, że
tylko randomizacja pozwala w sposób nieobciążony ocenić efekt badanego czynika przy występowaniu czynników zakłócających.

Prace o testowaniu

Dwie podstawowe prace o testowaniu: 1928 i 1933
Pytanie E. Pearsona zadane Gossetowi: jakimi kryteriami należy się kieroować przy wyborze statystyki testowej do testowania hipotezy ? Dotąd robiono to ad hoc.
Praca z 1928 r. wyrosła z odpowiedzi Gosseta, który m.in stwierdził, że *' one is inclined to reject a hypothesis under which the observed sample is very improbable if there is an alternative hypothesis which will explain the occurrence of the test with more reasonable probability'.*
Pearson zgłosił się po 'matematyczną pomoc' do Neymana.

Prace o testowaniu

Praca zawierała pojęcie bledów pierwszego i drugiego rodzaju, mocy, hipotezy prostej i złożonej.
Praca (1933) ' On a problem of the most efficient test for statistical hypotheses': maksymalizacja mocy przy warunku ograniczenia na bład pierwszego rodzaju.
Jeśli test JNM istnieje to jest to test LRT.
Konsekwencje tej pracy wykraczają poza teorię testowania; miały wpływ na sformułowanie i metody teorii decyzji statystycznych.

Trzy podejścia do testowania: Fisher, Neyman i Pearson

$X \sim f(x|\theta)$.
$H_0 : \theta = \theta_0$
Fisher: wybierz statystykę testową $T = T(X)$, oblicz jej wartość dla danych $t(x)$. Znajdź

$$P_{\theta_0}(T(X) \geqslant t(x)).$$

Raportuj p-wartość.
Neyman:
wybierz c przed eksperymentem i obszar krytyczny $\{T \geqslant c\}$, sformułuj $H_1 : \theta = \theta_1$. Oblicz

$$\alpha = P_{\theta_0}(T(X) \geqslant c) \qquad \beta = P_{\theta_1}(T(X) < c)$$

Raportuj α i β.

Jeffreys: Oblicz czynnik Bayesowski (iloraz wiarogodności)

$$B(x) = \frac{f(x|\theta_0)}{f(x|\theta_1)}$$

Odrzuć H_0 jeśli $B(x) \leqslant 1$ i przyjmij w p.p.
Raportuj prawdopodobieństwa aposteriori (obliczone przy prawd. apriori 1/2)

$$P(H_0|x) = \frac{f(x|\theta_0)/2}{(f(x|\theta_0) + f(x|\theta_1))/2} = \frac{B(x)}{1 + B(x)}$$

$$P(H_1|x) = \frac{1}{1 + B(x)}$$

Zasada częstotliwościowa

Zasada częstotliwościowa:
Przy wielokrotnym powtarzaniu procedury średnie częstości błędow nie powinny przewyższać średniej wartości błędow raportowanych.
Błedy pierwszego i drugiego rodzaju spełniają tę zasadę.

Testy oparte na warunkowaniu

Przykład: dwie obserwacje X_1 i X_2, gdzie

$$X_i = \theta + 1 \quad \text{z prawdopodobieństwem } 1/2$$

$$X_i = \theta - 1 \quad \text{z prawdopodobieństwem } 1/2$$

Przedział ufności dla θ:

$$C(X_1, X_2) = \frac{(X_1 + X_2)}{2} \quad \text{jeśli } X_1 \neq X_2$$
$$C(X_1, X_2) = (X_1 - 1) \quad \text{jeśli } X_1 = X_2$$

Prawdopodobieństwo pokrycia $0,75$. Sensowniej liczyć to waunkowo:

$$P_\theta = (\theta \in C(X_1, X_2) || X_1 - X_2| = 2) = 1$$

$$P_\theta = (\theta \in C(X_1, X_2) || X_1 - X_2| = 0) = 1/2$$

Testy oparte na warunkowaniu

$$\alpha(s) = P_0(\text{odrzuć } H_0 | S(x) = s)$$

$$\alpha(s) = P_1(\text{przyjmij } H_0 | S(x) = s)$$

'0.05' i jego znaczenie

Fisher: *Statistical methods for research workers*:
Osobiście, autor (RF) preferuje ustalenie niskiego standardu istotności na pięc punktów procentowych... Fakt naukowy powinien być uważany za eksperymentalnie ustalony, jeśli prawidłowo zaplanowany eksperyment rzadko nie daje tego poziomu istotności (tzn rzadko jest mniejszy od 0.05)
Według RF jeśli p-wartość jest mniejsza niż 0.05, to **powinno się powtarzać eksperyment** i sprawdzać jak często się to zdarza.
Podstawowy błąd w stosowaniu p-wartości: traktowanie jej jako prawdopodobieństwa, że H_0 jest prawdziwa.

Statystyka Matematyczna jako oddzielna dyscyplina

Około 1930 Statystyka Matematyczna matematyczna zaczeła się wyodrębniać jako oddzielna dyscyplina.
Kilka dat:

- 1930: utworzenie *The Annals of Mathematical Statistics* finansowanej przez American Statistical Association;
- 1933: Utworzenie Institute of Mathematical Statistics i przejęcie AMS;
- 1933: ukazują się *Grundbegriffe der Wahrsheinlichkeitsrechnung* Kołmogorowa;
- 1933: ukazuje się praca Neymana i Pearsona o testowaniu hipotez;