

Historia Rachunku Prawdopodobieństwa i
Statystyki
WYKŁAD II: Czasy Pascala i Fermata. John
Graunt.

MiNI PW

Pascal i Fermat

Główni bohaterowie: Blaise Pascal (1623-1662)

Pierre Fermat (1601-1665)

i kawaler de Méré, którego dwa problemy Pascal przedstawił Fermatowi.

Pascal jest uważany, na podstawie listów między nim a Fermatem, za twórcę koncepcji zdefiniowania prawdopodobieństwa jako

$$\frac{N_0}{N},$$

gdzie N_0 liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających, N -liczba wszystkich zdarzeń przy jednakowo prawdopodobnych zdarzeniach elementarnych.

Blaise Pascal



Blaise Pascal

Blaise Pascal, syn Etienne Pacala (sędzieja w sądzie podatkowym w Clermont Ferrand i matematyk), który przenosi się do Paryża aby zapewnić synowi lepszą edukację. W wieku 14-tu lat wprowadza BP do Akademii nauk, której sam był członkiem.

BP - Essay pour les Coniques w wieku 16-tu lat.

Dwie konwersje Pascala:

1646-1648

powrót do świeckiego życia, korespondencja z Fermatem: 1654.

druga konwersja 1654, pobyt w Port Royal.

Czasy walk ideologicznych Jezuitów z Jansenistami.

Cornellius Jansen, biskup w Ypres, autor *Reformation de l'Homme Interieur*, książki mającej duży wpływ na Pascala.

Twierdził, że ciekawość naukowa jest formą rozwiąźłości.

Pierre de Fermat



Pierre de Fermat

Studiował prawo na uniwersytecie w Tuluzie i później został sędzią przy parlamencie w tym mieście.

'Prince of amateurs'

'The greatest pure mathematician who has ever lived'

W odróżnieniu od Włoch we Francji odkrycia matematyczne pozostawały znane w XVII wieku tylko wąskiemu kręgowi zainteresowanych badaczy.

Fermat prowadził bardzo intensywną wymianę listów z badaczami w Paryżu, Niderlandach, Włoszech i Anglii.

Korespondencja między Pacalem i Fermatem prowadzona za pośrednictwem Pierre'a de Carcavi, była znana członkom Akademii Mersenne'a.

Problemy kawalera de Méré: Problem kości

Problem kości

Jaka jest najmniejsza liczba R rzutów dwiema kośćmi, aby szansa pojawienia się dwóch szóstek była większa od szansy ich nie pojawienia się (czyli była większa od $1/2$) ?

Rozwiązanie współczesne:

Szansa pojawienia się dwóch szóstek w x rzutach

$$P_x = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^x$$

i $p_{24} = 0,491$ i $p_{25} = 0,505$ zatem

$$R = 25.$$

Rozumowanie kawalera de Méré:

W przypadku rzutu jedną kostką '6' jest jedną z sześciu możliwości o tej samej szansie pojawienia się. Szansa, że pojawi się co najmniej jedna '6' w x rzutach wynosi

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^x$$

i dla czterech rzutów

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{671}{1296} > 1/2$$

i $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 < 1/2$. Ponieważ dla dwóch kostek układ '6 – 6' jest jedną z 36-ciu możliwości o tej samej szansie pojawienia się, zatem powinno być (reguła trzech), że

$$\frac{4}{6} = \frac{R}{36},$$

zatem $R = 24$.

Dwie hipotezy:

(i) de Mére, liczył jak powyżej, a to mu się nie zgadzało empirią (dobrzy gracze potrafią rozróżnić zdarzenia o prawdopodobieństwie różniącym się o $1/100$);

(ii) de Mére liczył oboma sposobami, oba uważał za prawidłowe i nie umiał pogodzić sprzeczności.

Problemy kawalera de Méré: Problem podziału stawki

Problem podziału stawki (*problem of points*)

Dwuosobowa gra polegająca na rozgrywaniu partii aż do $N = 5$ -ciu zwycięstw. Rozgrywki przerwano, gdy A miał $N_A = 4$ zwycięstwa, a B miał $N_B = 3$. W jakim stosunku należy podzielić stawkę ?

de Méré: dwa rozwiązania:

- stawkę należy podzielić w stosunku zwycięstw: $4/3$;
- stawkę należy podzielić w stosunku liczby partii potrzebnych do finalnego zwycięstwa: $(5-3)/(5-4)=2/1$;

Prawidłowa odpowiedź: 3:1

Różne warianty tego problemu z różnymi parametrami (N, N_A, N_B) .
Pascal z Fermatem dyskutowali o sytuacji $(N, N_A, N_B) = (5, 3, 2)$. (A- 3 zwycięstwa, B-2, potrzeba pięciu).

Rozumowanie Fermata: 'współczesne':

Trzeba rozegrać co najwyżej 4 partie, aby zakończyć grę. Wypiszmy wszystkie możliwości, których jest $2^4 = 16$. W 5 przypadkach wygrywa B, w pozostałych 11-tu przypadkach A, zatem stawkę trzeba podzielić w stosunku 5:11.

Zakład Pascala: Pari de Pascal

Forma dialogu z kawalerem de Méré (*Myśli*).

Czy należy prowadzić pobożnym? Jeśli Bóg istnieje, to bycie pobożnym
→ zbawienie (wyplata = ∞).

Jeśli Bóg nie istnieje, to bycie pobożnym → nic (wyplata = 0).

Ale prawdopodobieństwo, że Bóg istnieje > 0 , zatem, oczekiwana
wyplata za bycie pobożnym:

$$0 \times P(\text{Bóg nie istnieje}) + \infty \times P(\text{Bóg istnieje}) = \infty.$$

Pascal nie starał się dowieść, że istnienie Boga jest pewne, ale argumentował, że uznanie Jego istnienia jest dla człowieka korzystniejsze.

- ▶ Tatarzkiewicz nazywa ten dowód probabilistycznym dowodem istnienia. Probabiliści mówią o probabilistycznym dowodzie istnienia, gdy przeprowadzamy rozumowanie:
 A -zdarzenie i $P(A) > 0$ to A niepusty. Pascal nie rozumował w ten sposób !!
- ▶ Kant mówi, że tylko człowiek cnotliwy (pobożny) zasługuje na szczęście, ale nie ma do niego prawa jeśli *dlatego cnotliwy, aby za tę cenę być szczęśliwym* (dążenie do szczęścia nie może być rodzajem wzajemnego ubezpieczenia). Kant powiedziałby zatem, że rozumowanie Pascala neguje możliwość otrzymania szczęścia wiecznego.

Ars Cogitandi 1662, praca zbiorowa Port Royal

Sztuka myślenia

Ars Cogitandi 1662, dzieło zbiorowe szkoły Port Royal (Antoine Arnaud, Pierre Nicole i inni), do tego tytułu nawiązywał J. Bernoulli swoim *Ars Conjectandi*.

- ▶ wprowadzono miarę N_0/N jako określenie prawdopodobieństwa (w końcowej części);
- ▶ Omówiona gra, w której bierze udział 10 graczy, każdy stawia jedną monetę. Wszyscy mają jednakowe szanse wygrania. Konstatacja, że strata jest 9 razy bardziej prawdopodobna niż zysk.
- ▶ Nawiązanie do zakładu Pascala (opublikowanego dopiero w 1670 roku)

Kataster Wilhelma Zdobywcy

Wilhelm Zdobywca książę Normandii, król Anglii.

W 1086 roku na jego polecenie przeprowadzono spis 13 418 miejscowości w Anglii.

Spis dotyczył granic, liczby ludności, rodzajów upraw, pogłowia bydła, zależności feudalnych, długów itp.

Komisarze spisowi sprawdzali dane dwa razy.

Nazwa katastru **Doomsday Book** Księga Sądu Ostatecznego (bo: analogia do Księgi Życia ? Decyzje urzędników spisowych były ostateczne ?)

John Graunt 1662, *Natural and Political observations* ..

W tym samym roku co *Ars Cognitandi* John Graunt wydał własnym sumptem *Natural and Political observations upon the Bills of Mortality*. Wykorzystywały rejestry urodzeń i zgonów sporządzane w parafiach systematycznie od 1592. Na podstawie tego sporządzano rejestr krajowy publikowany przed Bożym Narodzeniem.

Motywacja: epidemie, które dziesiątkowały ludność (plaga w 1348 roku pochłonęła około 50 procent mieszkańców Londynu, tj. 40 tys. osób) -chciano wiedzieć ile osób przetrwało. Po zakończeniu epidemii nadal kontynuowano sporządzanie spisów.

Wczesne rejestry londyńskie spłonęły w wielkim pożarze Londynu w 1666 r.

Bills of Mortality

Rejestry zawierały przyczyny zgonów, które ustalała specjalnie wyznaczona w tym celu w każdej parafii starsza kobieta (*Ancient matron*).

Przykładowe przyczyny zgonu:

Aged;

Ague (zimnica) and Feaver;

Cancer, Gangrene and Fistula;

Consumption and Tisick (pulmonary consumption=tuberculosis);

Gripping in the Guts;

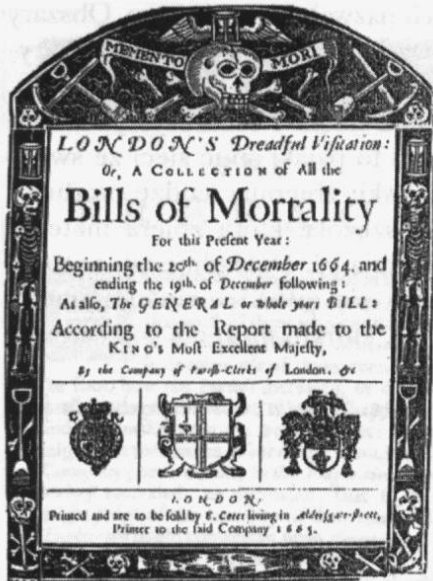
Executed;

Plague;

Hangd and Made away themselves;

Spleen;

Teeth and Worms;



J. Graunt Natural and Political observations ...



THE P R E F A C E.

Having been born, and bred in the City of *London*, and having always observed, that most of them who constantly took in the weekly Bills of *Mortality*, made little other use of them, then to look at the foot, how the *Burials* increased, or decreased; And, among the *Casualties*, what had happened rare, and extraordinary in the week current: so as they might take the same as a *Text* to talk upon, in the next Company; and withall, in the *Plague-time*, how the *Sickness* increased, or decreased, that so the *Rich* might judge of the necessity of their removall, and *Trades-men* might conjecture what doings they were like to have in their respective dealings:

2. Now, I thought that the Wisdom of our City had certainly designed the laudable practice of taking, and distributing these *Accompts*, for other, and greater uses then those above-mentioned, or at least, that some other uses might be made of them: And thereupon I casting mine Eye upon so many of the

B General



Rok	Liczba zgonów	
	ogółem	w tym z powodu zarazy
1592	25 886	11 503
1593	17 844	10 662
1603	37 294	30 561
1625	51 758	35 417
1636	23 359	10 400

Lloyd i ubezpieczenia morskie

Ubezpieczenia morskie związane z rozwojem handlu morskiego, który w XVII wieku rozwijał się bardzo intensywnie.

Handel morski prowadzony przede wszystkim przez Holendrów i Anglików. Wymiana informacji dotycząca przybyłych statków z towarem i ryzyka związanego z konkretnymi trasami odbywała się w kawiarniach (*coffee houses*), które licznie powstawały w Londynie.

Jeden z nich założony przez Lloyda w 1687 roku blisko Tamizy na Tower Street, później przeniesiony na Lombard Street.

Rozwinęła się profesja brokera, który za opłatą szukał osoby/institucji skłonnej ubezpieczyć przewożony towar. Osoba ubezpieczająca i składająca podpis *pod* umową: *underwriter*.

W 1771 roku 79 ubezpieczycieli złożyło się po 100 funtów i utworzyło Society of Lloyd's → Names.

Society of Lloyd's

